

и является ковариантным тензором ранга 2. Если $t^i(x^1, \dots, x^k)$ — контравариантное тензорное поле ранга 1, т. е. контравариантное векторное поле, то его ковариантная производная

$$t^i_{;j} = \frac{\partial t^i}{\partial x^j} + \Gamma^i_{kj} t^k$$

и является контравариантным тензором ранга 1 и ковариантным тензором ранга 1. Правила ковариантного дифференцирования для суммы и произведения тензоров совпадают с правилами обычного дифференцирования. Ковариантное дифференцирование перестановочно со свёртыванием.

В декартовых прямоуг. координатах (где символы Кристоффеля равны нулю) и для скалярного поля ковариантная производная совпадает с обычной.

Ковариантное дифференцирование на римановых многообразиях некоммутативно. Напр., для любого вектора с компонентами t^i , вообще говоря, $t^i_{;jk} \neq t^i_{;kj}$, т. к. $t^i_{;jk} - t^i_{;kj} = R^i_{jkl} t^l$, где R^i_{jkl} — тензор Римана — Кристоффеля (кривизны тензор) риманова пространства.

Для риманова пространства с фундам. метрич. тензором g_{ik} выполняются соотношения $g_{ik,j} = g^k_{;j} = 0$, $g_{;j} = 0$ (теорема Риччи), где $g = \det \|g_{ik}\|$, т. е. фундам. тензоры ведут себя как константы относительно ковариантного дифференцирования.

Важную роль в Т. а. играет понятие инварианта. Инвариантом наз. выражение, составленное из величин, зависящих от выбора системы координат, к-рое не изменяет своего значения и структуру при замене одних координат другими.

Т. а. был построен в 19 в. в осн. итал. математиками Г. Риччи и Т. Леви-Чивитой. Быстрое развитие тензорного анализа в 20 в. было стимулировано созданием А. Эйнштейном общей теории относительности, матем. аппаратом к-рой является тензорное исчисление.

Лит.: Кочин Н. Е., Векторное исчисление и начала тензорного исчисления, 9 изд., М., 1965; Рашевский П. К., Риманова геометрия и тензорный анализ, 3 изд., М., 1967; Мак-Коннел А. Д., Введение в тензорный анализ, пер. с англ., М., 1963; Схоутен Я.-А., Тензорный анализ для физиков, пер. с англ., М., 1965; Сокольников И. С., Тензорный анализ. Теория и приложения в геометрии и в механике сплошных сред, пер. с англ., М., 1971; Векун И. Н., Основы тензорного анализа и теории ковариантов, М., 1978.

С. И. Азиков.

ТЕОРЕМА CPT — утверждение о том, что релятивистски инвариантная квантовая теория поля с обычной связью между спином частиц и их статистикой автоматически инвариантна относительно произведения преобразований отражения пространств координат $r \rightarrow -r$ (P -преобразование), обращения времени $t \rightarrow -t$ (T -преобразование) и зарядового сопряжения — замены частиц античастицами (C -преобразование). Эту теорему наз. также Людерса — Паули теоремой [Г. Людерс (G. Lüders), В. Паули (W. Pauli) (1952—55)].

Т. о., для любого движения к.-л. частиц существует «симметричное движение античастиц», являющееся «зеркальным изображением» первого и обращённым относительно него по времени. Имеется принципиальная разница между требованием инвариантности относительно каждого из этих дискретных преобразований по отдельности и требованием CPT -инвариантности. Инвариантность относительно C -, P - и T -преобразований накладывает ограничения на значения констант взаимодействия в лагранжиане. Напр., P -инвариантность требует равенства констант взаимодействия фермионов с противоположными киральностями, а CP -инвариантность — вещественности констант взаимодействия. Из эксперимента известно, что дискретные C -, P - и T -симметрии нарушены. Лагранжиан стандартной $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ -модели (см. Квантовая хромодинамика, Электрослабое взаимодействие) не обладает соответствующими симметриями и с точки зрения совр. теории скорее нуждается в объяснении факт сравнительно слабого нарушения дискретных симметрий.

Статус CPT -инвариантности совершенно иной, поскольку основой CPT -теоремы служат требования спец. (частной) теории относительности. Действительно, чётное число отражений координат Минковского пространства-времени (PT) формально сводится к повороту в нём (на мнимый угол). Поэтому существующие физ. теории, инвариантные относительно Лоренца преобразований (т. е. поворотов в пространстве Минковского), оказываются автоматически CPT -инвариантными. (Построить пример локальной квантовой теории поля, не обладающей CPT -инвариантностью, достаточно трудно.) Т. о., эксперим. проверка CPT -теоремы по существу является проверкой релятивистской инвариантности и локальности взаимодействия.

CPT -инвариантность приводит к след. равенству для матричных элементов S -матрицы: $\langle a|S|b\rangle = \langle b|S|\bar{a}\rangle$, где $|\bar{a}\rangle, |\bar{b}\rangle$ — состояния CP -сопряжённые по отношению к состояниям $|a\rangle, |b\rangle$. Отсюда получаются предсказания равенства времён жизни и абс. значений магн. моментов частиц и античастиц. Из CPT -теоремы также следует равенство масс частиц и античастиц. Все следствия CPT -инвариантности подтверждаются с огромной точностью. Наилучшая точность в измерении разности масс частиц и античастиц достигнута для нейтральных K -мезонов: $|m_{K^0} - m_{\bar{K}^0}|/m_{K^0} < 6 \cdot 10^{-19}$. Равенство аномальных магнитных моментов электрона и позитрона проверено с точностью $\sim 10^{-12}$. Равенство времён жизни (τ) частиц и античастиц с наиб. точностью проверено для мюонов: $(\Gamma_+ - \Gamma_-)/\Gamma_{\mu} < (3 \pm 3) \cdot 10^{-5}$ ($\tau \approx \hbar/\Gamma$, Γ — соответствующая ширина распада).

Лит.: Мэтьюс П., Релятивистская квантовая теория взаимодействий элементарных частиц, пер. с англ., М., 1959; Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П., Квантовая электродинамика, 3 изд., М., 1989.

М. И. Высоцкий.

ТЕОРИЯ ИНФОРМАЦИИ — наука о статистич. процессах передачи информации в техн., природных и социальных системах. Осн. понятия Т. и. — мера кол-ва информации, пропускная способность канала связи, эфф. кодирование сообщений — были введены в 40-х гг. 20 в. К. Шенноном [1]. Т. и. является по существу статистич. теорией связи, или теорией передачи информации, однако общий характер её положений позволяет исследовать также процессы получения, обработки и хранения информации.

Т. и. тесно связана с теорией кодирования, в к-рой рассматриваются общие проблемы установления соответствия между сообщениями и сигналами, представляющими эти сообщения (см. также Кодирование информации), а также с теорией обработки сигналов, в к-рую входит квантование и восстановление квантованных сигналов, а также корреляц. и спектральный анализы сигналов.

Методы Т. и. использовались с разной степенью плодотворности во мн. прикладных областях, включая информатику, языкознание, криптографию, теорию управления, обработку изображений, генетику, психологию, экономику, организацию производства, однако осн. значение они имеют для теории систем связи. Возникновение Т. и. стимулировало также исследования в области теории вероятностей.

Т. и. рассматривает понятие «информации» только с количеств. стороны, безотносительно к её ценности и даже смыслу. При таком подходе страница машинописного текста максимально содержит всегда примерно одинаковое кол-во информации, определяемое только числом знаков и пробелов (т. е. символов) на странице и не зависящее от того, что именно на ней напечатано, включая случай бессмысленного, хаотического набора символов. Для моделирования систем связи такой подход правомерен, поскольку они предназначены для безошибочной передачи по каналу связи информации, представленной любым набором символов. В тех же случаях, когда существует учёт ценности и смысла информации, количеств. подход неприменим. Это обстоятельство налагает существенные ограничения на области возможных приложений Т. и. Неучёт его привёл на ранних этапах развития к переоценке прикладной значимости Т. и. [1].